ЧИСЛЕННАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В MATLAB

М.Н.Урманов
НамИСИ учитель
М.Ғофуржонов
НамИСИ учитель
А.Мажидов
НамИСИ студент

Аннотация. Оптимизация в широком смысле слова - это поиск лучшего из возможных вариантов. Методы оптимизации – это численные методы решения задач оптимизации (задач, имеющих множество допустимых решений, из которых необходимо выбрать одно, лучшее в каком-либо смысле).Численные методы оптимизации, как методы численного (приближенного) программирования основаны на поисковых регулярных либо случайных процедурах выбора одного из множества возможных путей достижения экстремумов критериев.

Ключевые слова: минимум, максимум, параболой, экстремума, периодически, диапазон, оптимизации.

Annotation. Optimization in the broadest sense of the word is the search for the best possible option. Optimization methods are numerical methods for solving optimization problems (problems that have many feasible solutions, from which it is necessary to choose one that is the best in some sense).Numerical optimization methods, as methods of numerical (approximate) programming, are based on regular or random search procedures for choosing one of the many possible ways to achieve the extremes of criteria.

Key words: minimum, maximum, parabola, extremum, periodically, range, optimization.

Annotatsiya. Optimallashtirish so'zning ma'nosi, mumkin bo'lgan eng yaxshi variantlarni izlashdir. Optimallashtirish usullari-bu optimallashtirish

muammolarini hal qilishning raqamli usullari (har qanday ma'noda eng yaxshisini tanlash kerak bo'lgan ko'plab maqbul yechimlarga ega bo'lgan muammolar). Raqamli (taxminiy) dasturlash usullari sifatida raqamli optimallashtirish usullari ekstremal mezonlarga erishishning ko'plab mumkin bo'lgan usullaridan birini tanlash uchun muntazam yoki tasodifiy protseduralarni qidirishga asoslangan.

Kalit so'zlar: minimal, maksimal, parabola, ekstremum, davriy, diapazon, optimallashtirish.

Общие сведения. Под минимумом понимают такое значение функции, которое в некоторой окрестности этой функции, принимает наименьшее значение из всех возможных значений в этой окрестности. Соответственно максимум — это наибольшее значение функции в какой-либо окрестности.

Если не понятно — вот простой пример с всеми известной параболой:

У этой функции есть один минимум, и он находится в точке x = 0. Эта точка называется точкой минимума, а само значение этой функции есть минимум (он тоже равен 0). Максимумов у этой функции нет, но если бы функцию перевернули вверх ногами, то он бы появился.

Часто встречаются сложные функции, у которых есть несколько и минимумов и максимумов. И в таком случае, разделяют понятия локального и глобального экстремума. Локальный — это тот экстремум, который определен в некоторой области, а глобальный — на всей области определения функции. На рисунке выше представлен глобальный минимум параболы.

Поиск экстремумов в Matlab

И теперь можем перейти к нахождению максимумов и минимумов в Matlab. Далее, как обычно мы будем разбирать примеры различной сложности. Часть примеров будет содержать в себе стандартные команды

Matlab для нахождения минимума и максимума функции, а другая часть — это реализация метода с нуля.

Стандартные методы Matlab

Разберем 2 задачи нахождения минимума в Matlab:

1 пример. Вычислить минимум функции f(x)=-x1/x, определив графически интервал его локализации. Вычисления провести с минимальным шагом по аргументу 1*10-5

Для начала создадим скрипт, который отобразит эту функцию:

```
x = 0.00001:0.00001:10;
y = -x.^(x.^(-1));
plot (x,y);
hold on;
grid on;
```

Запускаем скрипт и получаем:

По графику функции делаем вывод, что имеется один минимум, и его координаты находятся в интервале 2.5 — 3, то есть мы сократим интервал поиска минимума.

Теперь создадим еще один скрипт, дадим ему название first.m и пропишем в него функцию:

```
function fun=first(x)
fun = -x.^(x.^(-1));
end
```

Таким образом в этом m-файле мы определили функцию. Теперь в командном окне мы пропишем следующий код:

```
>> [x,y] = fminbnd(@first,2.5,3)
```

И получаем такие значения:

x = 2.7183 — координата точки минимума

y = -1.4447 — значение минимума

В этой части кода мы использовали стандартный метод Matlab для нахождения минимума функции — fminbnd. мы передаем 3 параметра — саму функцию и интервалы для поиска минимума. Стоит отметить, что этот метод подходит только для функций, зависящих от одной переменной.

Итак, для этой задачи мы создали 2 скрипт-файла, которые вы можете скачать в конце статьи.

2 пример. Вычислить минимум функции двух переменных x4+y4-2x2+4xy-2y2+1 с точность 1*10-5.

Координаты начальной точки поиска [1.0,-1.0].

Для начала построим график функции от двух переменных — для этого создадим новый скрипт и пропишем там этот код:

```
[x y] = meshgrid(-2:0.1:2, -2:0.1:2);
z = x.^4 + y.^4 - 2*x.^2 + 4 * x.*y - 2*y.^2 + 1;
surf(x,y,z);
```

Функция surf позволяет строить трехмерные графики и отображать глубину значений функции для лучшего понимания. Запускаем скрипт — в итоге получился такой график:

Как видно из графика, имеется два участка, где присутствует локальный минимум (темно-синие участки), и наша задача найти координаты и значения двух этих точек. Воспользуемся стандартными инструментами Matlab и создадим новый скрипт с именем second.m, в котором и пропишем код:

```
function fun=second(x)
fun = x(1)^4 + x(2)^4 - 2*x(1)^2 + 4 * x(1)*x(2) - 2*x(2)^2 + 1;
end
```

После этого, в командной строке, как и для первой задачи, прописываем стандартную функцию Matlab:

>> [z,f,exitflag,output] = fminsearch(@second, [1.0,-1.0], optimset('TolX',1e-5))

Получаем такой вывод:

z = 1.4142   -1.4142

f = -7.0000

exitflag = 1

output =

iterations: 40

funcCount: 74

algorithm: 'Nelder-Mead simplex direct search'

message: [1x196 char]

Для нахождение минимумов в Matlab на этот раз мы использовали функцию fminsearch. Эта функция реализует симплекс — метод Нелдера-Мида. В выводе мы получили несколько переменных: в z записались значения координат точек минимума, в f само значение этого минимума. А в переменных exitflag и output помещены условия прерывания процесса поиска и информация об оптимизации соответственно.

В итоге у нас опять получилось 2 m-файла.

Метод Ньютона Matlab

А теперь попробуем сами реализовать метод Ньютона для оптимизации функции.

3 пример. Методом Ньютона найти точку минимума x* и минимальное значение f* функции f(x)=(x-2)4-lnx на отрезке xє[2;3] с точностью 10-7

Начнем с того, что создадим новый скрипт и назовем его Newton.m. Затем пропишем в нем код:

function [Xk, Yk] = Newton(f,diap)

a = diap(1); % границы

b = diap(2);

```
df = char(diff(sym(f))); % символьно ищем первую
ddf = char(diff(sym(df))); % и вторую производные
F = inline(f); % преобразуем в функции
F1 = inline(df);
F2 = inline(ddf);
eps = 0.0000001; % задаем точность
if F(a)*F2(a) > 0 % проверка с какой границы начинать искать
Xk = b;
else
Xk = a;
end
while abs(F1(Xk)) > eps
X0 = Xk; % X0 - значение предыдущего шага
Xk =  X0 - (F1(X0)/(F2(X0))); % расчет нового значения
Yk = F(Xk);
end
end
```

Вполне понятная функция, которая работает с первой и второй производной символьной функции, которую получает в качестве параметра. Также в параметрах принимается диапазон. Эта функция возвращает координаты точки и значение экстремума.

Теперь нам осталось вызвать эту функцию в командном окне:

```
>> fun = '(x-2)^4 - log(x)';
>> diap = [2,3];
>> [Xk, Yk] = Newton(fun, diap);
```

В итоге получилось:

```
Xk = 2.4663
Yk = -0.8554
```

Также, очень важно задавать как можно узкий диапазон поиска, иначе метод может работать некорректно, особенно это проявляется с периодическими функциями по типу cos(x) и т.п.

Литературы

1 Arens V.Zh. Physical and chemical geotechnology. –M .: MGGU, 2001. –656 p.

2 Konovalov A.N. The method of fictitious domains in problems of filtration of a two-phase incompressible fluid taking into account capillary forces // Numerical methods of continuum mechanics. T.3. –Novosibirsk: Computing Center of the Siberian Branch of the USSR Academy of Sciences, 1972. –No5. -S. 52-67.

3 Samarskiy A.A. Introduction to the theory of difference schemes. –M .: Nauka, 1971. –552 p.