

YAQINLASHUVCHI KETMA-KETLIKLAR GIPERFAZOSIDA  
TESNOTA*Tursunboy Abdullo o'g'li Qobilov**Chirchiq davlat pedagogika universiteti o'qituvchisi**Hamdambek Nuraddinovich Quromboyev**Chirchiq davlat pedagogika universiteti o'qituvchisi*[tursunboyqobilov95@gmail.com](mailto:tursunboyqobilov95@gmail.com)

**Annotatsiya.** Ushbu maqolada yaqinlashuvchi ketma-ketliklar giperfazosi haqida ma'lumotlar keltirilgan, sanoqli bazaga ega bo'lgan topologik fazoda tesnota haqidagi teorema keltirilgan va isbotlangan.

**Kalit so'zlar:** Tesnota, topologik fazo, salmoq, old baza, nuqtada baza, xarakter.

**Аннотация.** в этой статье представлены данные о гиперфазе сходящихся последовательностей, представлена и доказана теорема о тесноте в топологическом пространстве с числовым основанием.

**Ключевые слова:** Теснота, топологическое пространство, вес, фронтальная база, база в точке, характер.

**Abstract.** This article presents data on the hyperphase of convergent sequences, presents and proves the crowding theorem in a topological space with a numerical basis.

**Keywords:** Tightness, topological space, weight, frontal base, base at a point, character.

**Kirish.** Topologik fazo va yaqinlashuvchi ketma-ketliklar giperfazosini kardinal xossalarini o'rganish topologik fazolar giperfazosining asosiy vazifalaridan biri hisoblanadi.  $X$  topologik fazo birorta ham nuqtada yakkalangan nuqtaga ega bo'lmasin.  $X$  topologik fazoninig ixtiyoriy  $x \in X$  nuqtasi uchun  $S_c(X, x)$  bilan  $\{S \in S_c(X) : \lim S = x\}$  shartni qanoatlantiruvchi to'plamni belgilaymiz. Bu to'plam uchun quyidagi munosabat o'rinli:  $S_c(X, x) \subset \exp_c X \subset \exp X$ . Bunda  $\exp X$  bilan  $X$  topologik fazodagi barcha bo'sh bo'lmagan yopiq qism to'plamlarini belgilaymiz. Barcha bo'sh bo'lmagan yopiq to'plamlar quvvati  $n$  sonidan oshmaydigan  $X$  fazodagi qism to'plamlarni  $\exp_n X$  orqali belgilaymiz.

Braziliyalik matematiklar David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar "Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, *Mathematica Slovaca* 68 (2018), No. 2, 431-450" ishida quyidagi teoremani isbot qilishganlar:  $X$  topologik fazo uchun  $S_c(X) \neq \emptyset$  shart o'rinli bo'lsin. U holda quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:  $t(X) \leq t(S_c(X, x))$ .

Yuqoridagi matematiklar o'zlarining ishlarida tengsizlikning ikkinchi tomonini isbotlashga savol qo'ygan. Ushbu maqolada quyidagi teorema isbotlandi:

$X$  topologik fazo salmog'i  $w(X) = \tau \geq \aleph_0$  bo'lsin va  $S_c(X) \neq \emptyset$  shart bajarilsin. U holda tesnota  $t(X) = t(S_c(X, x)) = \tau$  ga teng bo'ladi.

**Asosiy qism.** Ixtiyoriy "tabiatli" bo'sh bo'lmagan  $X$  to'plam va  $\tau = \{U_\alpha : U_\alpha \subseteq X, \alpha \in A\}$  sistema (shu  $X$  to'plamning qism to'plamlardan tashkil topgan) berilgan bo'lsin.

**Ta'rif 1.** Agar  $\tau = \{U_\alpha : U_\alpha \subseteq X\}$  sistema (qism to'plamlar oilasi) quyidagi:

- 1)  $\emptyset \in \tau, X \in \tau;$
- 2)  $\tau$  sistemaning ixtiyoriy sondagi elementlarining birlashmasi  $\tau$  ga tegishli bo'lsa, ya'ni ixtiyoriy  $U_\alpha \in \tau$  uchun  $\bigcup_{\alpha^1 \in A^1} U_\alpha \in \tau, \alpha^1 \in A^1, U_\alpha \in \tau;$
- 3)  $\tau$  sistemaning ixtiyoriy chekli sondagi elementlari kesishmasi  $\tau$  ga

tegishli bo'lsa, ya'ni  $\bigcap_{i=1}^s U_{\alpha_i} \in \tau, U_{\alpha_i} \in \tau, \forall \alpha_i \in A, i = \overline{1, s};$  shartlarni qanoatlantirsa,  $\tau$  sistema  $X$  to'plamdagi topologiya,  $(X, \tau)$  juftlik esa birgalikda *topologik fazo* deyiladi.

$(X, \tau)$  topologik fazo tashkil qilsa,  $\tau$  sistemaning elementlari ochiq to'plamlar deb ataladi. Bu ta'rifdagi 1) – 3) shartlar topologiyaning yoki topologik fazoning aksiomalari deb yuritiladi. Ta'rifdan ma'lumki,  $X$  to'plam qanday bo'lishidan qat'iy nazar topologik fazodagi ochiq to'plamlar turlicha bo'lishi mumkin ekan. Ko'p hollarda, agar  $(X, \tau)$  topologik fazo bo'lsa,  $\tau$  sistema topologik struktura,  $X$  to'plam esa,  $(X, \tau)$  topologik fazoning yoki topologiyaning ifodalovchisi - eltuvchisi deb ataladi.

**Misol 1.**  $X$  ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan to'plam bo'lsin.  $\tau_0 = \{\emptyset, X\}$  sistemani olamiz. Bevosita tekshirib ko'rish mumkinki,  $(X, \tau)$  juftlik topologik fazo tashkil qiladi. Ya'ni, ta'rifdagi 1- 3 - shartlar o'rinli. Bu topologik fazo trival yoki antidisret topologik fazo deb yuritiladi.

**Misol 2.** Ixtiyoriy  $X$  cheksiz to'plam berilgan bo'lsin. Qism to'plamlar oilasi  $\tau$  sifatida  $\emptyset, X$  va shunday  $U_\alpha \subset X$  to'plamostilarni olamizki,  $X / U_\alpha$  to'plam chekli to'plamdan iborat bo'lsin, ya'ni  $\tau = \{\emptyset, X, U_\alpha \subset X : X / U_\alpha = CU_\alpha - \text{chekli}, \alpha \in A\}$ . Bu yerda  $U_\alpha$  to'plamostining  $X$  gacha bo'lgan to'ldiruvchisi  $CU_\alpha$  bilan belgilanadi. To'plamlar ustida bajariladigan amallardan ma'lumki, bu  $\tau$  to'plamlar oilasi ham topologiya tashkil qiladi. Bu topologik fazo Zarisskiy fazosi deb ataladi.

**Misol 3.** Ikki  $a$  va  $b$  elementlaridan iborat  $X$  to'plam berilgan bo'lsin.  $\tau$  sistema sifatida bo'sh to'plam,  $X$  to'plamning o'zini va  $\{a\}$  dan tashkil topgan to'plamlar oilasini olamiz, ya'ni  $\tau = \{\emptyset, \{a, b\}, \{a\}\}$ . Bu  $\tau$  sistema ta'rifdagi 1) – 3) shartlarni qanoatlantirishi ravshan. Demak,  $(X, \tau)$  juftlik topologik fazo tashkil etadi. Bu topologik fazo sodda qurilganiga qaramasdan, muhim va qiziqarli jihatlarga ega bo'lganligi uchun maxsus nom bilan "bog'lami ikki nuqta" deb yuritiladi.

Bunda  $X$  to'plam fazo deb, uning elementlari esa fazoning nuqtalari deb ataladi.  $X$  to'plamning  $\tau$  oilaga tegishli elementlari  $X$  fazoning *ochiq to'plamlari*,  $\tau$  oilaning o'zi esa  $X$  dagi topologiya deb ataladi.

Biror  $x \in X$  nuqta va biror  $U \subset X$  ochiq to'plam uchun  $x \in U$  bo'lsa, u holda  $U$  to'plam  $x$  nuqtaning atrofi deyiladi.

**Ta'rif 2.** Aytaylik,  $(X, \tau)$  - topologik fazo bo'lsin. Agar biror  $F$  to'plamning to'ldirmasi  $X \setminus F$  - ochiq to'plam bo'lsa, u holda bu  $F$  to'plamga  $(X, \tau)$  fazoda *yopiq to'plam* deyiladi.

Topologik fazoda yopiq to'plam, yakkaingan nuqta tushunchalari aniqlangandan keyin bu tushunchalar bilan bevosita bog'liq bo'lgan to'plamning urinish nuqtasi, to'plamning yopig'i, to'plamning ichi va ichki nuqtalar tushunchalarini ham bilish lozim bo'ladi.

**Ta'rif 3.**  $(X, \tau)$  topologik fazoning  $x_0 \in X$  nuqtasi berilgan bo'lib, bu nuqtaning ixtiyoriy  $U$  atrofi  $M$  to'plamning birorta nuqtasini o'zida saqlasa, ya'ni  $U \cap M \neq \emptyset, M \subset X$  bo'lsa, u holda  $x_0$  nuqta  $M$  to'plamning *urinish nuqtasi* deyiladi.

Topologik fazoda  $M$  to'plamning barcha urinish nuqtalaridan tashkil topgan to'plam uning yopig'i deb ataladi va  $\overline{M}$  ko'rinishda belgilanadi.

**Teorema 1.**  $(X, \tau)$  topologik fazoning  $M$  to'plami yopiq bo'lishi uchun u o'zining yopig'iga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

$X$  topologik  $T_1$ -fazo berilgan bo'lsin.  $\exp X$  bilan  $X$  topologik fazodagi barcha bo'sh bo'lmagan yopiq qism to'plamlarini belgilaymiz. Quyidagi barcha to'plamlar oilasi  $\exp X$  to'plamda baza bo'ladi.

$$O \langle U_1, U_2, \dots, U_n \rangle = \{F : F \in \exp X, F \subset \bigcup_{i=1}^n U_i, F \cap U_i \neq \emptyset, i = 1, 2, \dots, n\}$$

Bunda  $U_1, U_2, \dots, U_n$  lar  $X$  dagi bo'sh bo'lmagan ochiq to'plamlar ketma-ketligi. Bu topologiya Vietoris topologiyasi deyiladi.  $\exp X$  to'plam Vietoris topologiyasi bilan eksponensial fazo yoki giperfazo deyiladi. Barcha bo'sh bo'lmagan yopiq to'plamlar quvvati  $n$  sonda oshmaydigan  $X$  fazodagi qism to'plamlarni  $\exp_n X$  orqali belgilaymiz, ya'ni:

$$\exp_n X = \{F \in \exp X : |F| \leq n\}, \exp_\omega X = \cup \{\exp_n X : n = 1, 2, \dots\}$$

$\exp_c X = \{F \in \exp X : F - X \text{ dagi kompakt qism to'plam}\}$ . Ravshanki, ixtiyoriy topologik fazo uchun quyidagi munosabat o'rinli:  $\exp_n X \subset \exp_\omega X \subset \exp_c X \subset \exp X$

**Ta'rif 4.**  $(X, \tau)$  topologik fazoning ixtiyoriy ochiq to'plamini  $B \subset \tau$  oilaga tegishli to'plamlarning birlashmasi ko'rinishida ifodalash mumkin bo'lsa, u holda  $B$  oilaga  $X$  fazoning bazasi deyiladi.

**Ta'rif 5.**  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning bazalari oilasi  $B$  berilgan bo'lsin.  $|B|$  ko'rinishdagi barcha kardinal sonlar to'plami eng kichik kardinal songa ega. Bu eng kichik kardinal songa  $(X, \tau)$  topologik fazoning salmog'i deyiladi va  $w(X, \tau)$  kabi deyiladi.

Agar  $(X, \tau)$  topologik fazoning salmog'i  $w(X, \tau) = \aleph_0$  - sanoqli bo'lsa, u holda bunday topologik fazolarga sanoqli bazaga ega bo'lgan topologik fazolar deyiladi.

**Ta’rif 6.** Agar  $X$  fazoning har bir bo’sh bo’lmagan ochiq qism to’plamini  $\beta$  oilaning elementlari birlashmasi ko’rinishida ifodalash mumkin bo’lsa,  $\beta \subset X$  oila  $(X, \tau)$  topologik fazoning bazasi deyiladi.

Ta’rifdan ma’lum bo’ldiki, har bir  $(X, \tau)$  fazo bazaga ega. Ma’lumki, barcha ochiq to’plamlardan tashkil topgan oila uning bazasini tashkil qiladi.

**Ta’rif 7.**  $(X, \tau)$  topologik fazoning  $x$  nuqtasi va shu nuqtaning biror  $B(x)$  atroflar oilasi berilgan bo’lsin. Agar  $x$  nuqtaning ixtiyoriy  $V$  atrofi uchun  $B(x)$  oiladan shunday  $U \in B(x)$  element topilib,  $x \in U \subset V$  o’rinli bo’lsa, u holda  $B(x)$  oilaga  $(X, \tau)$  topologik fazoning  $x$  nuqtadagi bazasi deyiladi.

Ravshanki, agar  $B$  - ochiq to’plamlar oilasi  $(X, \tau)$  topologik fazoning bazasi bo’lsa, u holda bu oilaning  $x$  nuqtani o’z ichiga oluvchi barcha elementlaridan tuzilgan  $B(x)$  oila  $(X, \tau)$  fazoning  $x$  nuqtadagi bazasi bo’ladi.

Boshqa tomondan, agar har bir  $x \in X$  nuqta uchun  $X$  fazoning  $x$  nuqtadagi  $B(x)$  bazasi berilgan bo’lsa, u holda ularning birlashmasi  $B = \cup \{B(x) : x \in X\}$  esa  $(X, \tau)$  topologik fazoning bazasi bo’ladi.

**Ta’rif 8.**  $(X, \tau)$  fazoning biror  $P \subset \tau$  - ochiq to’plamlar oilasi elementlarining mumkin bo’lgan barcha  $U_1 \cap U_2 \cap \dots \cap U_k, U_i \in P, i = 1, 2, \dots, k$  chekli kesishmalaridan iborat oila shu fazoda baza tashkil qilsa,  $P$  oilaga  $(X, \tau)$  fazoning old bazasi deyiladi.

Ravshanki,  $(X, \tau)$  topologik fazoning ixtiyoriy bazasi uning old bazasi bo’ladi.

**Ta’rif 9.** Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazoning  $x$  nuqtadagi bazalar oilasi  $\{B(x)\}$  berilgan bo’lsin.  $B(x)$  ko’rinishdagi kardinal sonlarning eng kichigiga  $x$  nuqtaning xarakteri deyiladi. Bu kardinal son  $\chi(x, (X, \tau))$  ko’rinishda belgilanadi.

**Ta’rif 10.**  $(X, \tau)$  topologik fazoga tegishli barcha nuqtalar xarakterlarining aniq yuqori chegarasiga shu topologik fazoning xarakteri deyiladi va bu kardinal son  $\chi(x, (X, \tau))$  ko’rinishda belgilanadi, ya’ni  $\chi(X, \tau) = \sup \{\chi(x, \tau) : x \in X\}$ .

Agar  $(X, \tau)$  topologik fazoning xarakteri sanoqli  $\chi(X, \tau) \leq \aleph_0$  bo’lsa, u holda  $(X, \tau)$  fazoga sanoqlilikning birinchi aksiomasini qanoatlantiradigan topologik fazo deyiladi.

Buning ma’nosi  $(X, \tau)$  topologik fazo har bir nuqtada sanoqli bazaga ega ekanligini bildiradi.

**Ta’rif 11.**  $X$  topologik fazoning  $x \in X$  nuqtadagi tesnotasi  $\tau \geq \aleph_0$  ga teng deyiladi agar quyidagi shart bajarilsa:

Agar  $x \in [C]$  nuqta uchun shunday  $C_0 \subset C$  to’plam topilib, bunda  $|C_0| \leq \tau$  va  $x \in [C_0]$  bo’lsa.

**Ta’rif 12.**  $X$  topologik fazoning tesnotasi quyidagicha aniqlanadi:  
$$t(X) = \sup \{t(x, X) : x \in X\}$$

**Ta'rif 13.**  $X$  topologik fazo birorta ham nuqtada yakalangan nuqtaga ega bo'lmasin.  $X$  topologik fazoninig ixtiyoriy  $x \in X$  nuqtasi uchun  $S_c(X, x)$  bilan  $\{S \in S_c(X) : \lim S = x\}$  shartni qanoatlantiruvchi to'plamni belgilaymiz. Bu to'plam uchun quyidagi munosabat o'rinli:  $S_c(X, x) \subset \exp_c X \subset \exp X$ .

Braziliyalik matematiklar David Maya-Patricia, Pellecer-Covarrubias-Roberto, Pichardo-Mendozalar "Cardinal functions of the hyperspace of convergent sequences, *Mathematica Slovaca* 68 (2018), No. 2, 431-450" ishida quyidagi teoremani isbot qilishdilar:

**Teorema 2.**  $X$  topologik fazo uchun  $S_c(X) \neq \emptyset$  shart o'rinli bo'lsin. U holda quyidagi tengsizlik o'rinli bo'ladi:  $t(X) \leq t(S_c(X, x))$ .

Yoqoridagi matematiklar o'zlarining ishlarida tengsizlikning ikkinchi tomoni isbotlashga savol qo'ygan.

Ushbu maqolada quyidagi teorema isbotlandi.

**Teorema 3.**  $X$  topologik fazo salmog'i  $w(X) = \tau \geq \aleph_0$  bo'lsin va  $S_c(X) \neq \emptyset$  shart bajarilsin. U holda tesnota  $t(X) = t(S_c(X, x)) = \tau$  ga teng bo'ladi.

**Isboti.** Faraz qilaylik  $X$  topologik fazo salmog'i  $w(X) = \tau \geq \aleph_0$  bo'lsin va  $S_c(X) \neq \emptyset$  shart bajarilsin. Mayklning teoremasiga asosan  $w(\exp_c X) \leq \tau$  shart o'rinli bo'ladi. Bizga ma'lumki,  $S_c(X) \subset \exp_c X$  ekanligidan va salmoq cardinal xossa ixtiyoriy qism ostiga nasliy bo'lganligidan,  $w(S_c(X)) \leq w(\exp_c X)$  shart o'rinli bo'ladi. R.Engelking (104 -bet) ga asosan  $t(S_c(X)) \leq t(\exp_c X) = \tau$  tengsizlik o'rinli bo'ladi. Tengsizlikning ikkinchi tomoni teorema 2 dan kelib chiqadi.

Teorema isbot bo'ldi.

**Natija 1.** Evklid  $R^n, n \in \mathbb{N}$  fazosi uchun tesnota  $t(R^n) = t(S_c(R^n)) = \aleph_0$  sanoqli bo'ladi.

### References

1. Usmonov, B. Z., & Qobilov, T. A. (2021). Isbotlashlarda taqqoslamalar ning o'rni. *Academic research in educational sciences*, 2(5), 2181-1385.
2. Usmonov, B. Z., Islomov, S. M., & Toshbayeva, N. Y. (2021). GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI ROLI. *ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2 | ISSUE 6 | 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF)*, (5), 723.
3. Kutlimurotov, R. A., Usmonov, B. Z., Toshbayeva, N. Y. L., & Eshqorayev, Q. (2021). CHEKLI ZANJIRLI KASRLARNI BAZI MASALALARGA TADBIQI. *Academic research in educational sciences*, 2(5), 914-921.
4. Toshboeva, N. (2021). GEOMETRIK MUAMMOLI MASALALAR ASOSIDA TALABALARNING IJODIY QOBILIYATINI

- RIVOJLANTIRISH. Academic research in educational sciences, 2(CSPI conference 3), 183-188.
5. Usmonov, B. Z., Qobilov, T. A., & Aktamov, F. S. (2021). Calculation of some individual integrals with the use of Euler integrals. Экономика и социум, (8), 312-319.
  6. Кобилов, Т. А. Экстент гиперпространства сходящейся под последовательностей. MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN, 135.
  7. Ergashev, I. (2022). QIZIQARLI GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA KREATIV YONDASHUV. Models and methods in modern science, 1(13), 90-92.
  8. Ergashev, I. (2021, November). Processing of Study Results by Mathematical Statistical Methods. In " ONLINE-CONFERENCES" PLATFORM (pp. 34-35).
  9. Quromboyev, H. (2022). Nostandart olimpiada masalalarini yechish usullari haqida. Академические исследования в современной науке, 1(13), 231-233.
  10. Куромбоев, Х. (2022). I тип зигел соҳаси учун карлеман формуласи. Models and methods in modern science, 1(13), 52-56.
  11. Куромбоев, Х. Н. (2019). МАТЕМАТИЧЕСКАЯ НАУКА К ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ. Экономика и социум, (2), 619-621.
  12. Kuromboev, K. N., Allanazarov, K., & Shokirov, J. (2019). INDIVIDUAL ABILITIES OF STUDENTS IN TEACHING MATHEMATICS. Экономика и социум, (2), 622-625.
  13. Куромбоев, Х. Н., Муродхужаев, Р., & Носирхужаев, Н. (2019). ПОНЯТИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ. Экономика и социум, (2), 625-626.
  14. Kuromboev, K. N. (2019). HISTORY AND APPLICATION OF THE MATRIX. Экономика и социум, (2), 615-618.
  15. Исломов, С. М. d-сепарабельность гиперпространств. In РЕСПУБЛИКАНСКОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ (p. 154).
  16. Mashal-ogli, I. S. A. (2022, August). CLUSTER APPROACH: USING IN MATHEMATICS TEACHING: Islomov San'at Mashal-ogli Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent Region, Uzbekistan, email: islomovsanat9313@ gmail. com. In Научно-практическая конференция.
  17. Ruzmetova, S. T. K. (2022). DEVELOPING TEACHING SPEAKING IN A FOREIGN LANGUAGE TO YOUNG LEARNERS THROUGH INTERACTIVE METHODS. Academic research in educational sciences, 3(3), 651-656.
  18. Rahimova, H. Q., Bobojonova, M. R., & Ruzmetova, S. T. (2016). METHODS OF TEACHING VOCABULARY BY USING SHORT STORIES IN CLASS. Проблемы и перспективы современной науки, (12), 103-106.

19. Usmonov, B. Z., Islomov, S. M., & Toshbayeva, N. Y. (2021). GEOMETRIK MASALALARNI YECHISHDA BIRINCHI TARTIBLI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNI ROLI. ACADEMIC RESEARCH IN EDUCATIONAL SCIENCES VOLUME 2| ISSUE 6| 2021 ISSN: 2181-1385 Scientific Journal Impact Factor (SJIF), (5), 723.
20. qizi Rustamova, S. A. (2022, September). INTERFAOL METODLAR ORQALI TALABALAR FAOLLIGINI OSHIRISH. In INTERNATIONAL CONFERENCES (Vol. 1, No. 11, pp. 41-46).
21. Rustamova, S. A. (2022). MATEMATIKANI O'QITISHDA YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALARNING O'RNI. Uzbek Scholar Journal, 10, 169-173.
22. Akhmedov, B. A., Askarova, M. R., Xudayqulova, F. B., Tojiboeva, G. R., Artikova, N. S., Urinova, N. S., ... & Omonova, S. M. (2022). PEDAGOGICAL SCIENCE EDUCATION MANEGMENT IN TEACHING SCIENCE OF PEDAGOGICAL SCIENCES. Uzbek Scholar Journal, 10, 529-537.