МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ГИБКИМИ НИТЯМИ

Ортиков Ойбек Акбаралиевич
PhD, доцент, Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности
Республика Узбекистан, г. Ташкент,
oybek.ortikov1984@mail.ru

Дремова Надежда Васильевна,
доцент, Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности
Республика Узбекистан, г. Ташкент,
nadejda_ser@mail.ru

Ахмедбекова Алевтина Викторовна
Ассистент, Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности
Республика Узбекистан, г. Ташкент
axmedbekovadiera7919@gmail.com

Аннотация. Статья показывает анализ полученных численных результатов решения поставленной задачи, где найдены посредством явной разностных схем и применение функции pdesolve. Разработаны эапы последовательного исследования по математическому моделированию.

Ключевые слова: Бердо, модель, математическая модель колебания, батанный механизм.

Abstract. The article shows the analysis of the obtained numerical results of solving the problem, where they are found by means of explicit difference schemes and the application of the pdesolve function. Stages of consistent research on mathematical modeling have been developed.

Keywods: Berdo, model, mathematical model of oscillation, batan mechanism.

Введение. Как показывают проведенные исследования по математическому моделированию, оно вступает в принципиально важный этап своего развития. Без владения информационной технологии нельзя думать о решении все более укрупняющихся и все более разнообразных проблем, стоящих перед техникой и технологии.

На первом этапе моделирования выбирается «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства-законы, которым они подчиняются. Второй этап заключается в выборе алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме удобной для применения численных методов, определяется последовательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью. На третьем этапе создаются программы, переводящие модель и алгоритм на доступный компьютеру язык, к ним также предъявляются требования экономичности и адекватности.

Наиболее распространенный метод построения моделей состоит в применение фундаментальных законов к конкретной ситуации. Эти законы общепризнанны, многократно подтверждены опытом, служат основой множества научно-технических достижений. При этом на первый план выдвигаются вопросы, связанные с тем, какой закон следует применять в данном случае и как это делать. К таким законам можно отнести закон сохранение энергии, сохранение материи, сохранение импульса. Еще один подход к построению моделей, по свей широте и универсальности сопоставимый с возможностями, даваемыми фундаментальными законами, состоит в применении так называемых вариационных принципов механики. Они представляют собой весьма общие утверждения о рассматриваемом объекте и гласят, что из всех возможных вариантов его поведения выбираются лишь те, которые удовлетворяют определенному условию.

Постановка задачи. Рассмотрим процесс составления математической модели для механической системы с гибкими нитями и тканями. К такой механической системе можно отнести, например все машины текстильного производства. В частности в ткацком станке имеются две механические системы с нитями:

1) система основных нитей с тканью и взаимодействующими жесткими звеньями;
2) система уточной нити с взаимодействующими звеньями.

Такие же механические системы существует в прядильных и трикотажных машинах.

Механические системы с тканью в отделочных машинах текстильного производства весьма разнообразны и многочисленны. Они представляют собой линии проводки ткани с взаимодействующими с ней звеньями.

Для построения математической модели таких механических систем необходимо записать систему дифференциальных уравнений движения нитей и ткани на отдельных участках в контакте с деталями машин. К этой общей системе дифференциальных уравнений необходимо присоединить уравнения стыковки. Решая аналитически или численно общую систему дифференциальных уравнений движения механической системы при заданных начальных и граничных условиях можно найти соответствующие параметры состояния нитей и ткани. При этом из общей системы уравнений исключается уравнения движения жестких звеньев, которые в данный период цикла не взаимодействуют с нитями и тканью. Поставленная задача является весьма сложной и составляет большую тему исследования. В данной работе остановимся на рассмотрение частных задач.

Для аналитического исследования механических систем с реальными нитями или тканью необходимо иметь такие механико-математические модели, которые отражали бы основные свойства материала реальных нитей и ткани, геометрические и силовые условия, в которых они находятся, а также упругие, вязкие, пластические деформации растяжения, изгиба и кручения. Границы применимости модели устанавливают сравнением экспериментальных данных и соответствующих данных аналитического расчета.

Решение задачи. Колебательные свойства многих физических систем, например, колебания балок, пластинок, оболочек, гибких стержней и в частности различные элементы рассматриваемой системы, описывается одной и той же математической моделью [1] – дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных

$$A(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+2B(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}+C(x,t)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+D(x,t)\frac{\partial u}{\partial x}+E(x,t)\frac{\partial u}{\partial t}+G(x,t)u=F(x,t) \quad (1)$$

При использовании метода разделения переменных можно воспользоваться упрощенной математической моделью [2]-обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка

$$a\frac{d^2y}{dt^2}+b\frac{dy}{dt}+cy=f(t) \quad (2)$$

При ряде допущений (линейность восстанавливающей силы, отсутствие возмущающей силы, определенное соотношение между параметрами a,b, c). Можно воспользоваться упрощенной математической моделью [3,4]-формулой, с помощью которой в явном виде записано решение мене сложного дифференциального уравнения.

$$y(t)=A\exp(-\alpha t)\sin(\omega t+\gamma) \quad (3)$$

Математическая модель (3) является существенно более ограниченной, чем (1) и (2), и справедлива при более жестких предположениях.

В общем случае решение немногих дифференциальных уравнений частных производных вида (1) удается получить аналитически. Поэтому широкое распространение получили численные методы решения уравнений в частных производных [5-10].

Рассмотрим решение (1) в Mathcad. Функция pdesolve в «Mathcad» позволяет решать дифференциальные уравнения и системы. В любых гиперболических уравнениях присутствует вторая производная по времени t. Поэтому, чтобы решить гиперболические уравнение, необходимо преобразовать его в систему дифференциальных уравнений в частных производных, введя дополнительную неизвестную функцию $v=\frac{\partial u}{\partial t}$. В

ISSN: 2181-3558

частности рассмотрим продольное колебания нити под действием периодической нагрузки. В этом случае задача сводится к решению систем уравнений в частных производных:

$$v = \frac{\partial u}{\partial t};$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A\sin(x,t);\ u(x,0) = \varphi(0),\ u(x,l) = \varphi(l), u(x,0) = \varphi(x), v(x,0) = \psi(x). \qquad (4)$$

Полученную систему будем решать с помощью блока Given-Pdesolve. Ниже приводится решение системы уравнений функцией pdesolve:

$$\varphi(x) := \sin(x)\ \ \psi(x) := \cos(x)\ \ f(x,t) := A\sin(x,t)$$

$$a := 4\ \ T := 2\ \ A := 3\ \ \gamma := 5\ \ L := 10$$

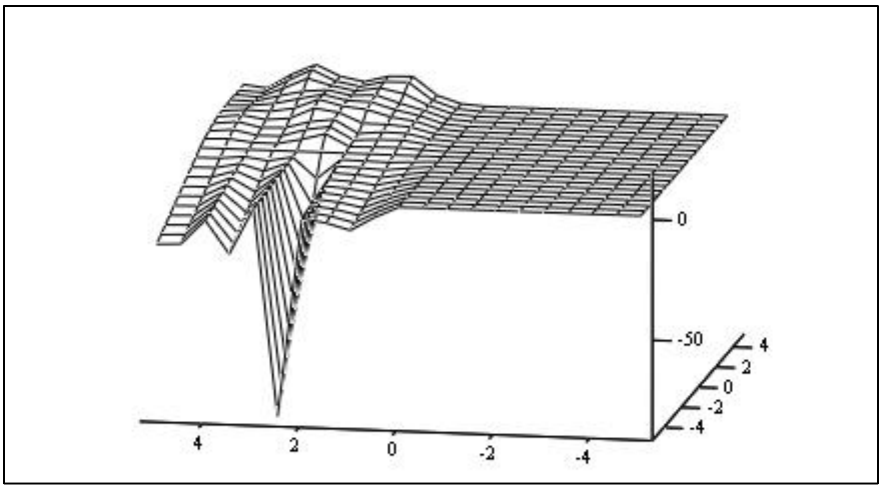
$$Given$$

$$v_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t) + A\sin(x,t) \qquad u_t(x,t) := v(x,t)$$

$$v(x,0) = \psi(x)\ \ u(x,0) = \varphi(x)\ \ u(l,t) = \varphi(l)\ \ u(0,t) = 0$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} := Pdesolve\left[\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, x, \begin{pmatrix} 0 \\ l \end{pmatrix}, t, \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}, 100, 100\right]$$

При этом первым параметром в функции pdesolve будет массив имен функций, в нашем случае $\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$. Функция pdesolve вернет вектор функцию решения системы. Как показывает анализ полученных численных результатов решения поставленной задачи, найденные посредством явной разностной схемы и функции pdesolve, практически совпадают.



u

Рис.1. График решения, полученного с помощью Mathcad.

На рис.1 представлено график решения, полученного с применением функции pdesolve.

В качестве второго примера рассмотрим процесс прибоя продольного удара бердом по нитям основы. При этом считаем, что один конец основной нити закреплен на скале, а по другому концу производится удар и закон изменения скорости линейным. Будем считать нить вязкоупругой. Тогда интегро-дифференциальные уравнения движения нити с учетом вязкоупругих свойств запишется в виде

$$\frac{1}{\alpha\mu}\frac{\partial^2 u}{ds^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{1}{\alpha\mu}\int_0^t Q(t-\tau)\frac{\partial^2 u}{ds^2}d\tau,\ \frac{\partial u}{\partial s}=1+\alpha(T-\int_0^t Q1(t-\tau)T(\tau)d\tau). \quad (5)$$

К уравнению (5) добавим граничные и начальные условия:

$$u(0,t)=0,\ u(l,t)=v_0t-0.5\beta t^2,\ u(s,t)=0,\ \frac{\partial u}{\partial t}=0\ при\ 0\le s\le l\ и\ v_0\ при\ s=l. \quad (6)$$

Решение поставленной задачи приведены на рис.2 и 3.

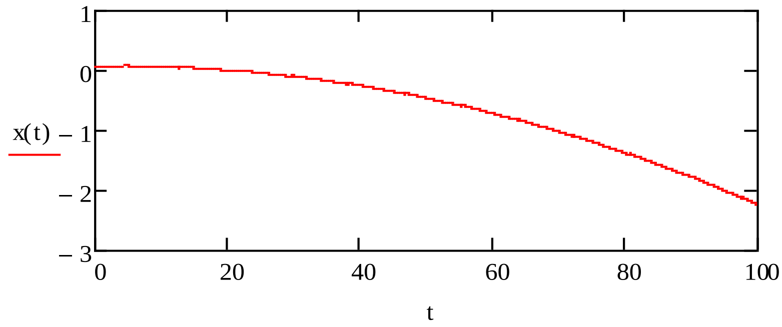


Рис.2. Изменение перемещения в зависимости от времени t

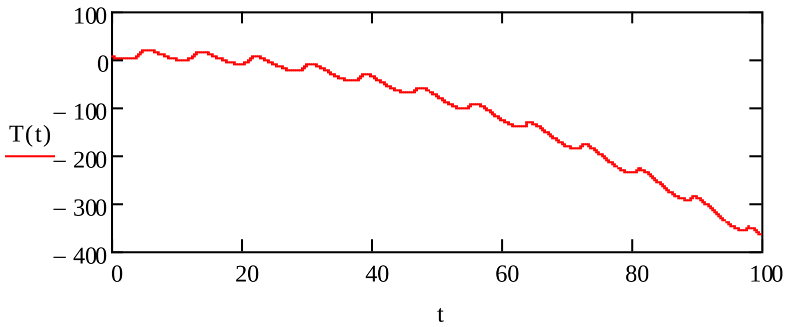


Рис. 3. Изменение натяжения основы в зависимости от времени t

Выводы. В заключение коротко остановимся на оценке адекватности модели. Оценка адекватности модели предполагает в качестве обязательного этапа проведения специальных численных экспериментов, результаты которых априорно известны. Для проверки правильности модели могут использоваться уже известные экспериментальные зависимости. Как показывает анализ полученных численных результатов решения поставленной задачи, найденные посредством явной разностной схемы и функции pdesolve, практически совпадают.

Список литературы

1. Мигушов И.И., Механика текстильной нити и ткани, М., «Легкая индустрия», 1980, 160 с.
2. Коритыский Я.И. Динамика упругих систем текстильных машин – М.:Легкая и пищевая промышленность, 1982, -272с
3. Дремова, Н. В. (2014). Исследование колебательных процессов берда тканеформирующего механизма.
4. Махаммадрасул, Э., Дремова, Н. В., & Нуруллаева, Х. Т. (2021). Методика оценки влияния взаимодействия и отражения продольных волн от поверхности рабочего органа. *Universum: технические науки*, (5-3 (86)), 50-53.
5. Дремова, Н. В., & Ортиков, О. А. (2021). Динамические исследование механической системы батанного механизма «вал-бердо». *Universuv: технические науки*, (12), 54-57.
6. Дремова, Н. В., Ортиков, О. А., & Ахмедбекова, А. В. (2022). Исследования динамики собственных колебаний батанного механизма. *Universum: технические науки*, (2-4 (95)), 39-42.
7. Дрёмова, Н. В., Ортиков, О. А., & Ахмедбекова, А. В. (2022). К решению задачи колебательного движения батанного механизма с учетом неупругих и нелинейных свойств. *Science and Education*, *3*(4), 516-521.
8. Дремова, Н. В. (2022). Влияние динамических параметров берда ткацкого станка на технологию тканеформирования. *Монография. LAP LAMBERT Academic Publishing Moldova*.
9. Дремова, Н. В., Мавланов, Т., & Абдиева, Г. Б. (2015). Практическое моделирование динамических систем с вязкоупругими гибкими нитями. In *Инновации в металлообработке: взгляд молодых специалистов* (pp. 120-124).
10. Ортиков, О. А., & Дремова, Н. В. (2022). Исследование параметры строения мелкоузорчатых тканей. *Science and Education*, *3*(4), 351-356.
11. Ortikov, O., Abdurakhimova, F., Rikhsiboyev, U., & Khalilova, H. (2022). Research on sustainable fiber transportation and tension threads' warp in weaving loom. *Transportation Research Procedia*, *63*, 2992-2997.
12. Ortiqov, O. A., & Raximxodjayev, S. S. (2018). Quality assessment of clothes fabrics. *Scientific-technical journal*, *22*(1), 37-42.
13. Oybek, O. (2017). Designing clothing fabrics with defined porous. *European science review*, (3-4), 105-106.

ISSN: 2181-3558